

## Énergie potentielle et Énergie mécanique

### → Exercice 1

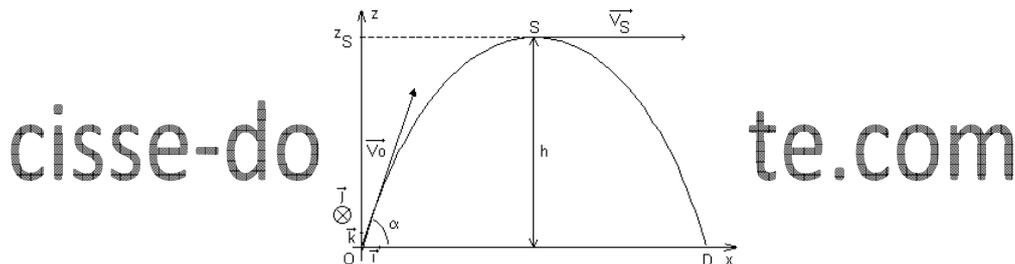
Un enfant lance verticalement vers le haut une bille de masse  $m = 20\text{g}$ . A une hauteur de  $1,30$  mètres au-dessus du sol, sa vitesse est de  $4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . On néglige la résistance de l'air.

- 1) Calculer l'énergie mécanique de la bille en précisant le niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.
- 2) Jusqu'à quelle hauteur la bille va-t-elle monter ?
- 3) Avec quelle vitesse va-t-elle repasser par le point d'altitude  $1,30\text{m}$  ?
- 4) Avec quelle vitesse va-t-elle atteindre le sol ?

### → Exercice 2

#### Tir d'un projectile:

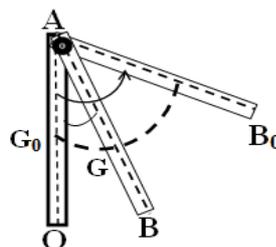
On lance d'un point  $O$  une petite pierre de masse  $m=100\text{g}$  avec un vecteur vitesse initial  $\vec{v}_0$  ( $v_0=15\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport au plan horizontal. La pierre décrit une trajectoire parabolique de sommet  $S$ . L'état de référence des énergies potentielles est supposé être la position du point  $O$  pris comme également origine des altitudes et l'action de l'air est supposée négligeable.



1

1. Calculer, en fonction de  $v_0$  et  $\alpha$ , les coordonnées  $V_{ox}$  et  $V_{oz}$  du vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$ .
2. On montre que la vitesse au sommet  $S$  de la trajectoire est horizontale et a pour valeur  $V_s=V_{ox}$ .  
Déterminer l'expression littérale donnant l'altitude  $Z_s$  du sommet  $S$  en fonction de  $V_0$  et  $\alpha$ .
3. Calculer numériquement  $Z_s$  pour  $\alpha = 30^\circ$  et  $\alpha = 60^\circ$ .
4. Calculer la vitesse de la pierre lorsqu'elle passe par le point  $D$  juste avant l'impact sur le sol horizontal et représenter le vecteur vitesse au point  $D$ .

### → Exercice 3



**Equilibre stable**

Une barre AB homogène de longueur  $L = 1\text{m}$ , est mobile autour d'un axe horizontal passant par le point A de son extrémité. Son moment d'inertie par rapport à cet axe est  $J_A = 1/3mL^2$ .

On écarte la barre de sa position d'équilibre stable d'un angle  $\alpha = 60^\circ$  et on la lance, à l'instant  $t = 0$  avec une vitesse angulaire  $\omega_0 = 2\text{rad/s}$

Les frottements sont négligeables. On prend l'état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal qui passe par O' et l'axe Oz orienté vers le haut.

On donne  $g = 10\text{N/kg}$

1. Calculer la vitesse linéaire  $v_B$  du point B à l'instant  $t = 0$
2. Trouver l'expression de la variation de l'énergie cinétique entre la position initiale et la position de la barre d'abscisse angulaire  $\theta = \angle OAB$  en fonction de  $L$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $\theta_0$  et  $\theta$
3. Montrer que l'expression de la vitesse angulaire  $\omega$  lorsque la barre passe par la position d'abscisse angulaire  $\theta$  est donnée par la relation suivante :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{3g(\cos\theta - \cos\theta_0)}{L}}$$

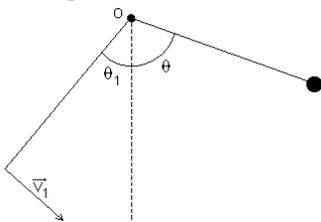
4. Calculer la vitesse linéaire  $v_B$  lorsque la barre passe par sa position d'équilibre stable

→ **Exercice 4**

Pendule simple:

Un petite bille S quasi ponctuelle, de masse  $m = 200\text{g}$ , est accrochée à un point fixe O par un fil inextensible, de masse négligeable, de longueur  $L = 80\text{cm}$ . L'ensemble constitue un pendule simple.

On repère sa position par l'angle  $\theta$  que fait le fil avec la verticale passant par O. Le fil est écarté vers la gauche et lancé vers la droite avec une vitesse initiale  $V_1$ . Lorsque  $\theta_1 = 30^\circ$ , la vitesse initiale vaut  $V_1 = 1,5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , le fil étant tendu.



1. Calculer l'énergie mécanique  $E_m$  et justifier que l'énergie mécanique se conserve.
2. Déterminer l'angle maximum  $\theta_m$  de remontée.  
Quel est le mouvement ultérieur du pendule?
3. Quelle vitesse  $V_1'$  devrait-on communiquer à S pour que la bille passe la verticale au dessus du point O avec une vitesse  $V = 5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ? (le fil reste alors tendu).

→ **Exercice 5**

Un solide (S) de masse  $m = 500\text{g}$  assimilable à un point matériel est lancé à partir d'un point A sur un plan incliné d'un angle  $\alpha_0 = 30^\circ$  par rapport à l'horizontal avec une vitesse  $V_A = 12\text{m/s}$ . La réaction d'intensité supposée constante exercée par le plan

sur (S) fait un angle  $\alpha_1 = 30^\circ$  avec la normale au plan. La composante de la réaction parallèle au plan incliné a un sens opposé au vecteur vitesse de  $\vec{V}$  de (S).

1.1. Représenter les forces qui s'exercent sur (S).

1.2. Calculer les travaux de toutes ces forces au cours du déplacement  $AB = \ell = 1\text{m}$ . On donne  $R = 0,4\text{N}$  et  $g = 10\text{N/kg}$ .

1.3. Déterminer la vitesse  $V_B$  de (S) au point B.

2. Calculer la variation de l'énergie mécanique de (S) entre les points A et B.

Dans ce qui suit, la résistance de l'air et les frottements sont supposés nuls. Le solide (S) continue son mouvement sur (BC) horizontal ; (CO) incliné d'un angle  $\delta = 40^\circ$  par rapport à l'horizontal et (OD) incliné d'un angle  $\beta = 30^\circ$  par rapport à l'horizontal. En O, (S) heurte un solide ponctuel (S') de masse  $m' = 200\text{g}$  accroché à l'extrémité d'un fil de longueur  $\ell' = 10\text{cm}$  et de masse négligeable ; il s'écarte d'un angle  $\theta_0$  par rapport à la verticale.

3. On prend comme position de référence le point O d'altitude zéro.

3.1. Calculer les énergies potentielles de (S) aux points C et D.  $OH = OK = 10\text{cm}$ .

3.2. Lorsque le solide (S) est sur la partie (OD) de longueur  $x \in [0; 0,1\text{m}]$ , déterminer l'énergie potentielle de (S) en un point de [OD] en fonction de x.

3.3. Le solide (S) rebrousse chemin en D. Déterminer l'altitude maximale  $Z_{\text{max}}$  atteinte sur [OC] par (S).

4.1. Calculer le moment d'inertie de (S') par rapport à l'axe ( $\Delta$ ).

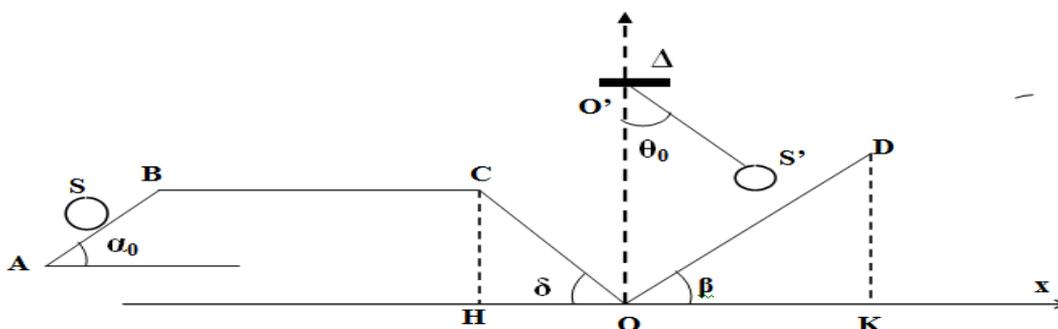
4.2. Exprimer l'énergie potentielle de (S') en fonction de  $m'$ ,  $g$ , et  $\theta_0$ .

4.3. Le solide (S') part de sa position  $\theta_0$ , passe par sa position verticale puis remonte.

4.3.1. Déterminer sa vitesse angulaire au passage par sa position verticale avec  $\theta_0 = 60^\circ$ .

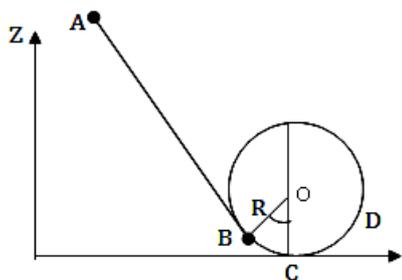
4.3.2. De quel angle  $\theta_{\text{max}}$  remonte-t-il ?

5. On suppose que (S) et (S') ne se rencontrent plus. Décrire qualitativement les mouvements ultérieurs de (S) et (S').



→ Exercice 6

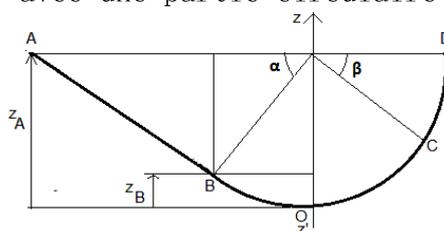
Un chariot de petites dimensions, dont la masse  $m = 500\text{g}$  peut rouler sans frottement sur une piste ABCD représentée sur la figure ci-après. Les caractéristiques de cette piste sont  $AB = 2\text{m}$ ,  $\theta = 60^\circ$ ,  $R = 0,5\text{m}$ .



- 1) Exprimer littéralement les altitudes  $Z_A$ ,  $Z_B$ , et  $Z_D$  des points A, B et D et calculer-les.
- 2) Le chariot part de A sans vitesse initiale. Donner l' expression de son énergie mécanique  $E_A$  en A en prenant  $E_p = 0$  au niveau du sol (référence des altitudes) et calculer-la.
- 3) En calculant l' énergie cinétique et l' énergie potentielle du chariot en B, vérifier que son énergie mécanique  $E_B$  est égale à  $E_A$ .
- 4) Calculer la vitesse  $V_D$  du chariot en D.
- 5) L' expérience réalisée montre que le chariot passe en D avec une vitesse inférieure d' un tiers à celle qu' il devrait avoir. Calculer la longueur du chemin ABCD et déterminer l' intensité supposée constante de la force de frottement responsable de ce freinage

→ **Exercice 7**

Un chariot de petites dimensions, dont la masse est  $m = 200g$ , peut rouler sans frottement sur une piste ABCD dont le plan de symétrie est vertical et qui est formé d' une partie inclinée AB coudé avec une partie circulaire BCD de rayon  $r = 50cm$ , (IA,



IB) =  $\alpha = 60^\circ$  : (voir schéma)

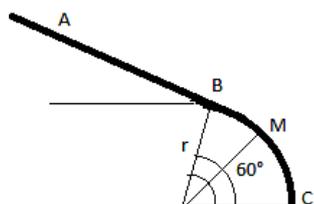
1. Exprimer littéralement les altitudes  $z_A$  et  $z_B$  en fonction de  $r$  et  $\alpha$  ; et les calculer numériquement.
2. Le chariot part en A sans vitesse initiale. Donner l' expression de son énergie mécanique  $E_A$  en A en prenant l' état de référence au sol et calculer-la.
3. En calculant l' énergie cinétique du chariot au point B et son énergie mécanique  $E_B$ . Montrer que  $E_B$  est égale à  $E_A$ .
4. Arrivé sur la piste circulaire BCD, le chariot remonte jusqu' en un point D avant de redescendre. En utilisant la conservation de l' énergie mécanique, déterminer l' altitude  $z_D$ . Ce résultat était-il prévisible ? (justifier brièvement à l' aide de phrase sans calcul).

En réalité, l' expérience réalisée montre que chariot n' atteint pas le point D mais remonte jusqu' en C tel que  $(ID, IC) = \beta = 30^\circ$  avant de redescendre. Calculer la longueur du trajet ABC et déterminer l' intensité de la force de frottement responsable de ce freinage.

→ **Exercice 8**

Une glissière est formée de deux parties : AB est un plan incliné de  $30^\circ$  par rapport à l' horizontale, de longueur  $AB = 1m$  ; BC est une portion de cercle, de centre O, de rayon  $r = 2m$  et d' angle  $\theta = (\angle OC, OB) = 60^\circ$  .

Dans tout le problème on prendra  $g = 10m/s^2$  et on considèrera les frottements comme



négligeables.

1. Un solide ponctuel de masse  $m = 100g$ , quitte A sans vitesse initiale. Exprimer et calculer la vitesse  $v_B$  du solide en B.

2. Le solide aborde la partie circulaire de la glissière avec la vitesse  $v_B$ . Exprimer, pour un point M du cercle telle que  $\theta = (\overline{OC}, \overline{OM})$ , la vitesse  $v_M$  en fonction de  $v_B$ ,  $r$ ,  $g$  et  $\theta$ .
3. Quel est, au point M, la réaction R de la glissière sur l'objet ? Exprimer R en fonction de  $v_B$ ,  $r$ ,  $g$  et  $\theta$  et m.

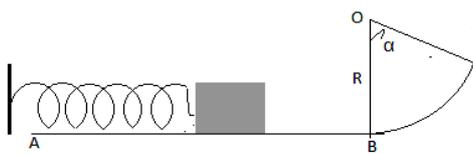
→ **Exercice 9**

Un jouet est constitué d'une gouttière ABC.

AB est horizontal, BC est un arc de cercle de centre O et de rayon R.

La gouttière se trouve dans un plan vertical, les points O et B se trouvent sur la même verticale.

Un solide de masse m peut être lancé de A par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k



1. Trouver la diminution minimale de longueur  $l_0$  qu'il faut imprimer au ressort pour qu'il puisse envoyer le solide en C.

On donne  $m=100g$  ;  $R=0,5m$  ;  $\alpha=60^\circ$  ;  $k=10N/m$

2. On imprime maintenant au ressort une diminution de

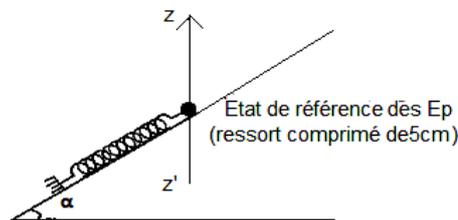
longueur égale à  $2l_0$ .

Trouver la vitesse du solide au passage par le point C.

→ **Exercice 10**

Un ressort sur plan incliné

Un ressort disposé suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec le plan horizontal, soutient une bille de masse  $m= 200g$ . Le ressort a pour raideur  $k = 50N.m^{-1}$  et pour longueur à vide  $l_0 = 20cm$ .



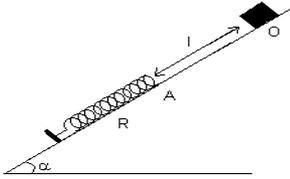
1. Quelle est la longueur du ressort dans cette position d'équilibre ? On prendra  $g = 10N.k$
2. On désire utiliser le ressort afin de réaliser un mini catapulte. On comprime à cet effet le ressort de 5cm supplémentaire et on le lâche. Cette position de la bille avant le lâché sera prise comme état de référence des énergies potentielles de pesanteur et élastique

2.1. Quelle est la vitesse de la bille à son passage par la position d'équilibre, position où elle quitte le ressort. En déduire son énergie cinétique.

2.2. Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur puis l'énergie potentielle élastique de la bille au moment où elle quitte le ressort  
Quelle est alors la valeur de l'énergie mécanique totale de la bille au moment où elle quitte le ressort

→ **Exercice 11**

Un solide peut glisser sans frottement sur un plan incliné de  $\alpha$ . Il est abandonné sans vitesse initiale. Après un parcours de  $l$ , il comprime un ressort de raideur k (voir croquis).



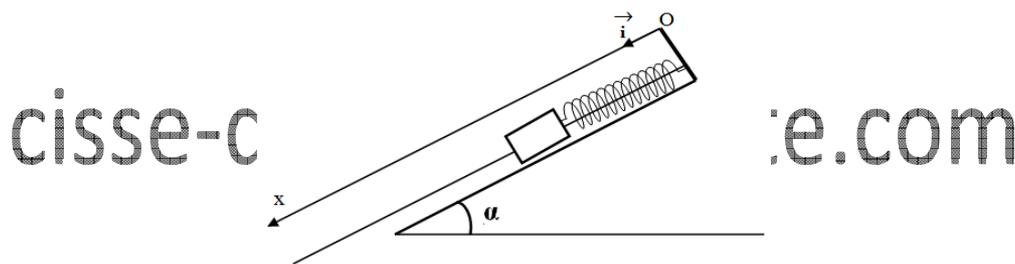
1. Considérant le système (ressort masse) dans le champ de pesanteur, dire sans calcul les transformations d'énergie qui se produisent :
  - ✓ Lorsque le solide se déplacé' O à A.
  - ✓ Lorsque le solide comprime le ressort de A à B.
2. Trouver la diminution de longueur du ressort au moment où le solide quitte le ressort
3. e :  $m=100g$  ;  $k=1000N/m$  ;  $\alpha=30^\circ$  ;  $l=2s'$  immobilise avant de faire demi - tour  
On donn0cm.

→ **Exercice 12 :**

Un solide de masse  $m_1=100g$  peut coulisser le long d'un plan inclinée  $\alpha=30^\circ$  par à rapport à l' horizontal

Le solide S est relié à un ressort de constante de raideur  $100N/m$  dont l' autre extrémité est fixe (voir figure)

La position O, à l' équilibre, de l' extrémité M du ressort est prise comme origine  $(O, \vec{i})$  d' un repère orienté comme le montre la figure



6

1. Donner l' expression littérale et calculer potentielle élastique  $E_{pe}$  du système en équilibre en fonction de l' allongement  $\Delta l_0$  du ressort . Donnée :  $g=10N/kg$
2. Un manipulateur saisit le solide S et le tire vers de telle sorte que l' abscisse de M soit égale  $X_M=-a=-3cm$   
Donner l' expression littérale et calculer l' énergie potentielle élastique du système
3. Donner l' expression littérale et calculer l' énergie potentielle de pesanteur du solide en adoptant la position d' équilibre initiale comme état de référence
4. Le manipulateur lâche le solide S qui effectue alors des oscillations le long du plan incliné d' amplitude a ; les frottements sont négligeables  
Donner l' expression en fonction de x de l' énergie potentielle élastique  $E_{pe}$  et de l' énergie potentielle de pesanteur  
En déduire l' expression de l' énergie cinétique  $E_c$

→ **Exercice 13 :**

Un satellite artificiel de la terre décrit une trajectoire en forme d' ellipse. On admet que la seule force qui s' exerce sur le satellite est la force de gravitation exercée par la terre, c' est-à-dire son poids  $\vec{P}$  . Cette force  $\vec{P}$  est variable au cours du mouvement mais elle est conservative. L' énergie potentielle de pesanteur du satellite a pour expression :

$$E_p = - mg_0 \frac{R^2}{R+Z} + C.$$

1-A l' instant de la mise en orbite, l' altitude est  $z_0 = 385$  km et la vitesse  $v_0 = 7,8$  km / s.

Calculer l' énergie mécanique initiale  $E_0$  du satellite.  $m = 84$ g ;  $R = 6370$ km ;  $g_0 = 9,8$  m  $s^{-2}$ .

2- Que peut-on dire de l' énergie mécanique  $E$  du satellite lorsqu' il se déplace sur son orbite ? En déduire la vitesse du satellite lorsque son altitude est minimale (périgée) et égale à 270 km ; ainsi que sa vitesse à son altitude maximal (apogée) égale à 900 km.